Faire la frise page 30

Au début, il n'y avait rien.

Même pas 1,
Même pas 2,
Même pas 10.
Et surtout pas 0.

Et les moutons sont arrivés.

Oui, oui, les moutons.

Le berger, le matin, faisait sortir son troupeau de la bergerie.
Le soir, il le faisait rentrer.
Pour être sûr de ne pas perdre de moutons, il avait un sac et un tas de cailloux.

Le matin, chaque fois qu'un mouton sortait de la bergerie, il mettait un caillou dans son sac.

Le soir, chaque fois qu'un mouton rentrait dans la bergerie, il enlevait un caillou du sac.

Ainsi, s'il lui restait des cailloux dans le sac, il savait qu'il lui manquait des moutons.
Il savait même combien il lui en manquait.

En latin, caillou se dit calculus.

C'est de là que vient le mot calcul.

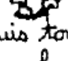
Comme on ne trouvait pas de cailloux partout (en plus, ce n'est pas très pratique : pour compter le nombre de cheveux que l'on a sur la tête, il en faut … beaucoup !) les hommes ont inventé des symboles pour écrire les nombres. Chacun a ses symboles et sa façon de les placer :

Les grecs : Μρϖ,ζλπδ pour un million cinq cent sept mille neuf cent quatre vingt quatre.

Les égyptiens :  pour mille deux cent quarante cinq

Les romains : MDCCLXXXIX pour mille sept cent quatre vingt neuf.

Les arabes : 1329 pour mille trois cent vingt neuf.



Et puis tout le monde a trouvé ça astucieux, la numération arabe.
Alors tout le monde l'a utilisée.

Et on a vécu comme ça pendant quelques centaines d'années. On pouvait compter les moutons, les gâteaux, les maisons …

Et puis un jour, un homme a voulu mesurer une ficelle :

avec un bâton :

Il a reporté plusieurs fois le bâton sur sa ficelle :

Mais arrivé au bout de la ficelle, problème !!

La ficelle mesurait plus que 11 bâtons, mais moins que 12 bâtons.

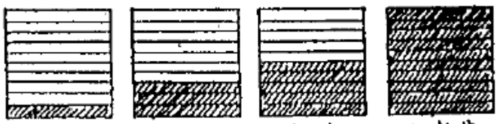
Ça n'allait pas. Ce n'était pas précis

Alors, il a décidé de partager son bâton en 10 parties égales:

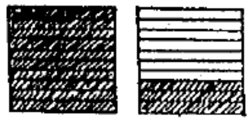
un petit bout faisait un dixième de bâton,
le bâton tout entier faisait dix dixièmes:

et il a dit:
« Ma ficelle mesure
11 bâtons et 4 dixièmes de bâton.»

Il était content.
Rentré chez lui, il a fait la même chose avec un carré:



Il a même continué:



Pour éviter d'avoir à dessiner tout cela, on utilise l'écriture fractionnaire:

On écrit 1 dixième: $\frac{1}{10}$

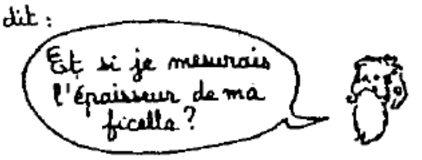
et 3 dixièmes: $\frac{3}{10}$

et 24 dixièmes: $\frac{24}{10}$.

Et si on regarde bien les carrés, là-haut, on voit que $\frac{13}{10} = 1 + \frac{3}{10}$

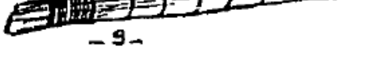
et que $\frac{24}{10} = 2 + \frac{4}{10}$.

Bon
Mais ce n'est pas tout.
Un jour, l'homme de tout à l'heure s'est dit:



Ça a donné ceci:

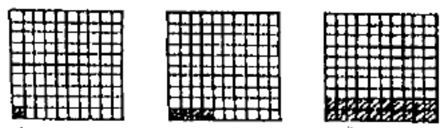
Ça recommence: un dixième de bâton, c'est trop gros.
Bon. Je vais faire comme tout à l'heure se dit-il. Je vais partager mes dixièmes du bâton en 10 parties chacun.
10 petites parties dans 1 dixième; et 10 dixièmes en tout: ça me fera donc 100 petites parties dans mon bâton.



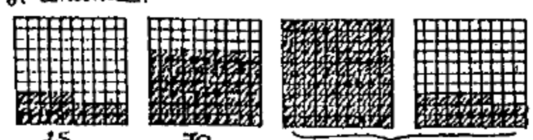
Un petit bout s'appelle 1 centième:

(Nous, on écrit: 1 centième = $\frac{1}{100}$
3 centièmes = $\frac{3}{100}$
etc...)

Ensuite il est rentré chez lui, et il a retrouvé ses carrés:



« Tiens, se dit-il. $\frac{20}{100}$, c'est pareil que $\frac{2}{10}$.»
Il continue:



Il y a à peu près 400 ans, un comptable hollandais (il s'appelait Stevin) se dit que tout de même, ce serait mieux si on pouvait écrire tout ça d'un seul morceau...

Pouvoir écrire $2+\frac{5}{10}+\frac{7}{100}$ plus simplement que $\frac{257}{100}$ ...

Il a proposé ceci :

un petit ① pour les dixièmes,
un petit ② pour les centièmes...

ainsi, $2+\frac{5}{10}+\frac{7}{100}$ s'écrivait $25^{①}7^{②}$

...il a fallu attendre encore 200 ans (la révolution française) pour qu'apparaisse enfin...

,

LA VIRGULE !

On l'utilise ainsi :

$$\frac{257}{100} = \underset{\substack{2\\ \text{unités}}}{2} + \underset{\substack{5\\ \text{dixièmes}}}{\frac{5}{10}} + \underset{\substack{7\\ \text{centièmes}}}{\frac{7}{100}}$$

$$= 2,57$$

Ainsi :

$\frac{3}{10}$ = 0 unité et 3 dixièmes, donc :

$$\frac{3}{10} = 0,3$$

$\frac{54}{100}$ = 0 unité $+\frac{5}{10}+\frac{4}{100}$, donc :

$$\frac{54}{100} = 0,54$$

$$\frac{584}{100} = 5+\frac{8}{10}+\frac{4}{100} = 5,84$$

$$\frac{521}{10} = 52+\frac{1}{10} = 52,1$$

...On a appelé ça écriture décimale, et c'était parti !

COURS 1: Ecriture décimale.

Vocabulaire

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 et 0 sont les 10 chiffres qui permettent d'écrire tous les nombres.
(De même que les lettres de A à Z permettent d'écrire tous les mots.)

Marie rembourse $4,78$ € à sa cousine. Elle lui donne la somme exacte en utilisant le moins de pièces possible.
1. Dessiner toutes les pièces.
2. Parmi les pièces, entourer : en bleu toutes celles dont l'unité est l'euro et en rouge toutes celles dont l'unité est le centime d'euro.
3. Quelle somme est entourée en bleu ? Ce nombre est la partie entière de 4,78.
4. Quelle somme est entourée en rouge ? Exprimer cette somme en euros.
Ce nombre est la partie décimale de 4,78.

Définition

Un nombre décimal est égal à la somme de sa partie entière et de sa partie décimale.
La partie entière est un nombre entier et la partie décimale est un nombre inférieur à 1.

Remarque

La partie décimale d'un nombre décimal peut s'écrire à l'aide d'un nombre fini de chiffres
Un nombre entier est aussi un nombre décimal.
On peut écrire ou supprimer des zéros sans changer la valeur du nombre décimal

Exemples :

Partie entière $17,654 = 17 + 0,654$ **Partie décimale**

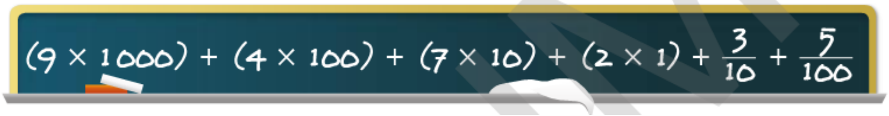
Le nombre entier 32 peut s'écrire $32 = 32,0 = 32 + 0,0 = 32 + 0$

Le nombre 1,3333333…… s'écrit avec une infinité de chiffres 3 donc 1,3333333…..n'est pas un nombre décimal

On enlève les zéros à droite de la partie décimale $7,3 = 7,30 = 7,300 = \cdots$
On enlève les zéros à gauche de la partie entière. $0054,68 = 54,68$

COURS 2 : Ecriture et position

Un professeur écrit au tableau cette expression :



Donner son écriture décimale. Quel est le chiffre des centaines ?
Quel est le chiffre des centièmes ? Combien y a-t-il de centaines dans le nombre 1000 ?
Combien y a-t-il de centaines dans le nombre 9×1000 ?
Combien y a-t-il de centaines dans le nombre écrit ?

milliards			millions			milliers			unités			virgule	Partie décimale		
C	D	U	C	D	U	C	D	U	Centaines	Dizaines	Unités		Dixièmes	Centièmes	Millièmes
						6	*5*	*4*	*7*	*9*	*1*	,	*8*	*3*	*2*

Exemples : 5 est le chiffre des dizaines de milliers
65 est le nombre de dizaines de milliers.
654791 est le nombre d'unités.

● Recopier et compléter le tableau suivant :

	123,456	104,05
Chiffre des milliers		
Nombre des centaines		
Chiffre des dizaines		
Nombre des unités		
Nombre des dixièmes		
Chiffre des centièmes		
Chiffre des millièmes		

COURS 3 : Fractions décimales

Vocabulaire

$\frac{a}{b}$ → **a est le numérateur**

→ **b est le dénominateur**
b est un nombre différent de 0

$$\frac{\text{Numérateur}}{\text{Dénominateur}} =$$

Définition

$\frac{a}{b}$ **est une fraction si son numérateur a et son dénominateur b sont des nombres entiers.**

Propriété

Tout nombre entier peut s'écrire sous forme d'une fraction.

Définition

Une fraction décimale est une fraction de dénominateur 10, 100, 1000 ….

Propriété

Une fraction décimale admet plusieurs écritures.

$\frac{15}{18}$ **est une fraction tandis que** $\frac{3,4}{5,6}$ **est une écriture fractionnaire.** $53 = \frac{53}{1} = 53,0$

Fraction décimale $\longrightarrow \frac{694}{100} = 6,94 \longleftarrow$ **écriture décimale.** $\frac{8}{10} = \frac{80}{100} = \frac{800}{1000} = \cdots$

Définition

Un nombre décimal est un nombre qui peut s'écrire sous la forme d'une fraction décimale.
Un nombre décimal admet aussi une écriture à virgule appelée écriture décimale.

$78,5 = \frac{785}{10}$ **est un décimal.** $0,054 = \frac{54}{1000}$ **est un décimal.**

COURS 4 : Différentes décompositions d'un nombre décimal.

Une seule fraction décimale

$$645,37 = \frac{64537}{100} \quad \textbf{Ou} \quad 645,37 = \frac{6453700}{10000}$$

Sa partie entière et sa partie décimale

$$645,37 = 645 + 0,37 \quad \textbf{Ou} \quad 645,37 = 645 + \frac{37}{100}$$

La décomposition avec le rang de ses chiffres

$$645,37 = 6 \times 100 + 4 \times 10 + 5 \times 1 + 3 \times 0,1 + 7 \times 0,01$$

Ou

$$645,37 = 645 + \frac{3}{10} + \frac{7}{100}$$

Faire comme l'exemple du cours avec les nombres décimaux :

$403,04$ - $0,568$ - $199,2 - 4,31 - 78,546 - 80,24 - 435,023$

$32,21 - 6,304 - 54,201 - 980,245 - 16,705 - 0,00008$

COURS 5 : Demi-droite graduée

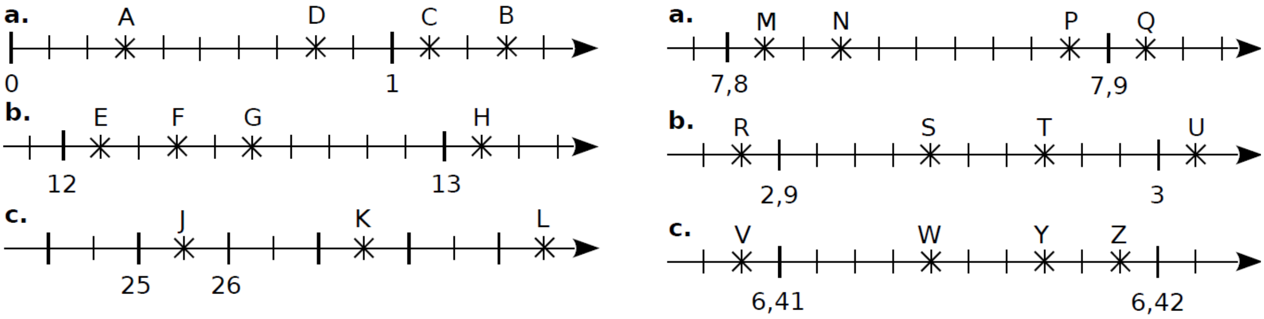
Définition

Une demi-droite graduée est une demi-droite sur laquelle on a reporté régulièrement une unité de longueur choisie à partir de son origine.

Propriété

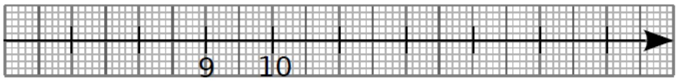
On repère un point sur un axe gradué grâce à un nombre qu'on appelle son abscisse. L'origine est repérée par le nombre 0.

Donner les abscisses des points placés sur ces droites graduées.

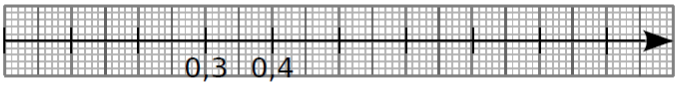


Placer les points d'abscisses données.

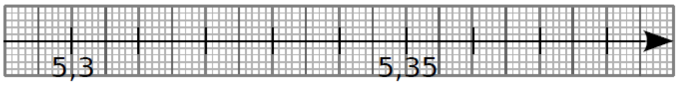
a. A(13,5) ; B(8,9) ; C(10,7) et D(15,1).



b. E(0,2) ; F(0,9) ; G(0,45) et H(0,63).



c. J(5,34) ; K(5,38) ; L(5,315) et M(5,304).



COURS 6 : Comparaison de deux nombres.

Définition

Comparer deux nombres, c'est dire si l'un est plus grand que l'autre ou s'ils sont égaux.
Le symbole $<$ signifie « est inférieur à »
Le symbole $>$ signifie « est supérieur à »

Définition

On dit que des nombres sont rangés par ordre croissant quand ils sont classés « du plus petit au plus grand ».
On dit que des nombres sont rangés par ordre décroissant quand ils sont classés « du plus grand au plus petit ».

Méthode

Les deux nombres décimaux ont :	Comparaison
Leurs parties entières différentes.	Le plus petit est celui qui a la plus petite partie entière.
Leurs parties entières égales et leurs chiffres des dixièmes différents.	Le plus petit est celui qui a le plus petit chiffre des dixièmes.
Leurs parties entières égales et leurs chiffres des dixièmes égaux et leurs chiffres des centièmes différents.	Le plus petit est celui qui a le plus petit chiffre des centièmes.
Et ainsi de suite …	

$\mathbf{5} > 2$ et $1011 > 100$

$\mathbf{102} > 25 > 10$ **Ordre décroissant** et $\mathbf{28} < 59 < 1236$ **Ordre croissant**

Compléter avec le symbole qui convient :

$\mathbf{17,1}$ … $\mathbf{12,1}$ $\mathbf{15,00}$ … $\mathbf{15}$ $\mathbf{7,5}$ … $\mathbf{7,51}$
$\mathbf{15,23}$ … $\mathbf{15,12}$ $\mathbf{40,4}$ … $\mathbf{4,40}$ $\mathbf{29,1}$ … $\mathbf{29}$
$\mathbf{3,05}$ … $\mathbf{3,5}$ $\mathbf{14,32}$ … $\mathbf{14,317}$ $\mathbf{0,89}$ … $\mathbf{89}$

COURS 7 : Encadrer, intercaler.

Vocabulaire

Donner un encadrement d'un nombre décimal revient à déterminer deux nombres : l'un inférieur à ce nombre et l'autre supérieur à ce nombre.

Vocabulaire

Un nombre est intercalé entre deux autres lorsqu'il est compris entre ces nombres.

● **On veut donner plusieurs encadrements du nombre $56,489$**

$56 < 56,489 < 57$ **est un encadrement à l'unité.**
$56,4 < 56,489 < 56,5$ **est un encadrement au dixième.**
$56,48 < 56,489 < 56,49$ **est un encadrement au centième.**

● **On veut donner un nombre que l'on peut intercaler entre $4,2$ et $4,3$.**
$4,2 = 4,20$ **et** $4,3 = 4,30$ **donc on peut écrire :** $4,2 < 4,22 < 4,3$

● **On veut donner un nombre que l'on peut intercaler entre $95,54$ et $95,547$**
$95,54 = 95,540$ **donc on peut écrire :** $95,54 < 95,546 < 95,547$

● **Parmi ces nombres, entourer ceux qui sont compris entre 4,2 et 4,5 :**
4,4 4,26 4,19 4,51 4,99 4,30 4,201

● **Intercaler un nombre décimal :**

15 < ... < 16 **10,5 < ... < 10,7**

3,9 < ... < 4 **1,56 < ... < 1,561**

● **Encadrer chaque nombre décimal entre deux nombres entiers consécutifs**
$4,5;\ 71,06;\ 0,07;\ 4,0999;\ 1,000001$